

DE MIDDAGPAUZE

Inhoudsopgave

1	Inleiding	3
2	Probleemomschrijving	3
3	Geldigheid van de regel	4
4	Advies	4
4.1	1 Pauze van 1 uur	4
4.2	Meerdere korte pauzes	5
5	Onderbouwing	5
5.1	Geldigheid van de regel	5
5.2	1 Pauze van 1 uur	6
5.3	meerdere korte pauzes	7
6	Appendix	8
6.1	Afleiding van formule 1	8
6.2	Het beste tijdstip om de pauze te beginnen	8
6.3	limiet	9

1 Inleiding

U heeft ons gevraagd advies uit te brengen over de indeling van de werkdag in uw bedrijf. Hiervoor hadden wij enkele cijfers tot onze beschikking over de gemiddelde produktiviteit van uw werknemers. Deze statistieken hebben wij in onze berekeningen gebruikt. Maar omdat de produktiviteit per dag kan variëren kunnen onze uiteindelijke resultaten een zekere onnauwkeurigheid bevatten. Deze onnauwkeurigheid zal later toegelicht worden. De gegeven percentages zijn berekend ten opzichte van de huidige produktie, die gemiddeld 3432,7 bedraagt.

Om te beginnen zullen we kort het probleem omschrijven. De adviezen met betrekking tot een betere dagindeling volgen hierna. Onder een betere dagindeling verstaan wij een indeling die leidt tot een verhoging van de produktie ten opzichte van de huidige situatie. Dan zullen we een onderbouwing geven van de adviezen en tenslotte nog een appendix waarin de wiskundige technieken aan de orde komen.

2 Probleemomschrijving

De directie van uw bedrijf heeft onlangs een onderzoek laten uitvoeren naar de produktiviteit van haar werknemers. Bij dit onderzoek is over een periode van een aantal weken gedurende de ochtend over elk uur de gemiddelde produktiviteit gemeten. Dit leverde het volgende beeld:

Periode (uur)	Gem. Produktiviteit
08.30 - 09.30	487
09.30 - 10.30	461
10.30 - 11.30	425
11.30 - 12.30	382

Hierbij begint de werkdag om half negen 's ochtends en eindigt deze om half zes 's middags. Uit de tabel blijkt, dat de produktiviteit in de loop van de ochtend afneemt. Na de middagpauze blijkt de produktiviteit weer te zijn gestegen. Van half twee tot half drie is de gemiddelde produktiviteit ongeveer 476. Er is ook een onderzoek uitgevoerd naar het verband tussen de duur van de pauze en de stijging van de produktiviteit na de pauze. Daarvoor is voor verschillende lengtes van de middagpauze de gemiddelde produktiviteit in het uur na die pauze gemeten. Bij deze metingen begon elke pauze om half één. De resultaten staan in de onderstaande tabel.

Pauseduur (min)	Gem. Produktiviteit
15	367
30	418
45	446
60	476

In de literatuur is bekend dat de stijging van de produktiviteit na een pauze vaak voldoet aan de volgende regel: tijdens een pauze stijgt de produktiviteit tot de waarde die hij had op het tijdstip drie à vier keer de pauzeduur vóór het begin van die pauze.

Aan ons werd gevraagd na te gaan of de stijging van de produktiviteit van de werknemers van uw bedrijf na een pauze ook redelijk voldoet aan bovenstaande regel.

Vervolgens werd ons ook verzocht advies te geven over hoe de resultaten van dit onderzoek gebruikt kunnen worden.

3 Geldigheid van de regel

De regel dat na een pauze de produktiviteit is gestegen naar het niveau van drie à vier keer de pauzeduur vóór het begin van de pauze geldt voor uw bedrijf met een factor van ongeveer 3,5, uitgaande van de beschikbare gegevens over de gemiddelde produktiviteit.

4 Advies

We gaan uit van een werkdag van acht uur werken en een totale pauze van één uur. Meer dan één uur pauze per dag kan misschien ook tot een verhoging van de produktie leiden. Als dit door u ook als een mogelijkheid beschouwd wordt kan hier ook verder onderzoek naar verricht worden. Verder nemen we aan dat de produktiviteit na iedere pauze op dezelfde wijze afneemt.

4.1 1 Pauze van 1 uur

Uitgaande van bovenstaande regel en onder de eerder genoemde aannames kwamen wij tot de volgende conclusie. Als het gewenst is de pauze van 1 uur te handhaven is het, gelet op de produktie, het gunstigst om deze pauze te verplaatsen van 12:30 uur naar 12:00 uur. Een pauze van 12:00 uur tot 13:00 uur geeft een verbetering van de totale produktie per arbeider van ongeveer 1,8% t.o.v. de pauze van 12:30 uur tot 13:30 uur. Dit percentage is afhankelijk van de gegevens over de produktiviteit. Deze gegevens, waarmee we bovengenoemde factor uitgerekend hebben, kunnen per dag variëren. De factor 3,5 moet dus niet als absoluut beschouwd worden.

4.2 Meerdere korte pauzes

Bij een ochtendpauze van 9:20 - 9:35 uur en een lunchpauze van 12:15 - 13:00 uur is de uiteindelijke verhoging van de produktiviteit 4,0%.

Bij twee pauzes van een half uur is de beste indeling dat de pauzes beginnen om 10:15 uur en 12:30 uur. Dit geeft een verbetering t.o.v. de huidige situatie van 4,7%.

Bij drie pauzes van 20 minuten kunnen deze het beste aanvangen om 9:40 uur, 11:10 uur en om 12:40 uur. De verbetering van de produktie is hier 5,5%.

In theorie is het zo, dat zeer veel kleine pauzes de grootste produktiestijging geven. In praktijk is dit natuurlijk onmogelijk. Omdat we uitgaan van maximaal 1 uur pauze is de totale pauzeduur om 13:00 uur opgebruikt. De werknemers zouden 's middags geen pauze meer hebben. Om dit te voorkomen volgen er hieronder nog enkele voorbeelden waarbij de pauzes meer over de dag verspreid zijn.

- Pauzes van 10:30 - 10:45 uur, van 12:45 - 13:15 uur en van 15:15 - 15:30 uur. Verhoging van de produktie: 0,3%.
- Pauzes van 10:00 - 10:15 uur, van 12:00 - 12:30 uur en van 15:00 - 15:15 uur. Verhoging: 2,2%.

5 Onderbouwing

5.1 Geldigheid van de regel

Om na te gaan of de regel van toepassing is op uw bedrijf hebben we eerst een beeld van het produktiviteitsverloop nodig. We hebben aangenomen dat de produktiviteit gedurende een uur lineair afneemt. Onder deze veronderstelling wordt de waarde van de gemiddelde produktiviteit over een uur halverwege dat uur aangenomen. Met behulp van de door u verstrekte gegevens hebben we op de hiervoor beschreven wijze vier punten gedefinieerd met als eerste coördinaat het tijdstip en als tweede coördinaat de produktiviteit op dat tijdstip. We hebben nu een kromme gezocht die zo goed mogelijk aansluit bij deze vier punten. Nu moest eerst nagegaan worden of de in de literatuur bekende regel dat de produktiviteit tijdens de pauze stijgt tot de waarde die hij had op het tijdstip 3 à 4 keer de pauzeduur vóór het begin van die pauze van toepassing is op uw bedrijf.

Om dit te doen zijn we uit gaan rekenen op welk tijdstip voor de pauze de produktiviteit overeen kwam met de produktiviteit, gegeven na een zekere pauzeduur. In de huidige situatie gaat dit als volgt. De gemiddelde produktiviteit in het uur na de pauze is nu 476. Met behulp van de kromme kan nu uitgerekend worden wanneer voor de pauze de produktiviteit dezelfde waarde had. Dit is om 9:27 uur. De waarde 476 is een gemiddelde en wordt dus om twee uur aangenomen. Gezocht wordt echter de produktiviteit direkt na de pauze, dus een half uur voor 14:00 uur. Om het overeenkomstige tijdstip voor de pauze te vinden moet van 9:27 uur dus ook een half uur afgetrokken worden. Dit levert 8:57 uur.

Als nu het verschil tussen 12:30 en 8:57 uur bepaald wordt en dit verschil vervolgens wordt gedeeld door de pauzeduur van 60 minuten komt dit neer op een factor van 3,55. Voor de andere waarden van de pauzeduur, zoals vermeld in de tweede tabel van hoofdstuk 2, gaat dit analoog.

De factoren zijn als volgt:

Pauzeduur (min)	Factor
15	2,8
30	3,64
45	3,4
60	3,55

Vanaf nu rekenen we verder met de factor 3,5, omdat dit ongeveer het gemiddelde van de gegeven factoren is.

5.2 1 Pauze van 1 uur

We willen in het geval van 1 pauze van 1 uur het beste begintijdstip vaststellen. Daarom gaan we de oppervlakte onder de produktiviteitskromme maximaliseren, omdat dit oppervlak de totale produktie per dag voorstelt. Nu moet er een onderverdeling gemaakt worden tussen de produktie voor en de produktie na de pauze. De produktie voor de pauze loopt van 8:30 tot het begin van de pauze. Het tweede stuk loopt van meteen na de pauze tot het tijdstip dat er acht uur gewerkt is.

De tijd waarop de pauze begint noemen we nu even a . De hoogte van de produktiviteit na de pauze is gelijk aan die op het tijdstip $a - 3.5 \cdot p$, waarin p de pauzeduur voorstelt. $a - 3.5 \cdot p$ is altijd groter of gelijk aan 8,5 (merk op dat 8:30 nu geschreven wordt als 8,5!), omdat als dit niet het geval is met een kortere pauze dezelfde produktiviteit bereikt kan worden.

In het geval van een pauzeduur van 1 uur kunnen we dit nu herleiden tot $a \geq 12$. Door dit te gebruiken en het oppervlak te maximaliseren vinden we dat de optimale waarde voor a 12 is.

Voor de produktie kan de volgende formule gebruikt worden:

$$Produktie(a) = -14,88a^2 + 241,66a + 2757,96 \quad (1)$$

Als nu de pauze van 1 uur gehouden wordt om 12:00 uur in plaats van om 12:30 levert dit een stijging van de produktie op van ongeveer 1,8%. Dit percentage is uitgerekend met een factor van 3,5. Als deze factor varieert tussen 3 en 4, dan varieert het stijgingspercentage tussen 0,7 en 2,2.

Algemeen: als voldaan wordt aan de voorwaarde dat een pauze begint 3,5 maal de pauzeduur nadat de produktiviteit maximaal was, dan is de produktiviteit na de pauze weer gestegen tot dat maximum. Deze situatie levert een maximale produktie op (zie voor bewijs de appendix).

5.3 meerdere korte pauzes

Bij meerdere korte pauzes passen we bovenstaande regel toe. Met deze regel kunnen eenvoudig verschillende alternatieven worden doorgerekend. Begin met het vaststellen van een pauzeduur. De eerste pauze moet dan beginnen 3,5 maal de pauzeduur na het begin van de werkdag. Tussen de pauzes zit dezelfde tijdsduur. Als we nu ook de voorwaarde handhaven dat de totale pauzeduur niet meer dan 1 uur mag bedragen ontstaat de situatie dat altijd de laatste pauze om 13:00 uur plaatsvindt en dat de werknemers na de pauze van 13:00 uur de rest van de dag zonder pauze moeten werken.

Hoe kleiner de pauzes, hoe korter de produktiviteit de kans heeft om te dalen. De limiet van dit proces, dus als p nadert naar 0, levert een winstpercentage op van 6,8% (zie voor bewijs de appendix).

6 Appendix

6.1 Afleiding van formule 1

We hebben in Mathematica coördinatenparen ingevoerd met de gegevens van de eerste tabel van hoofdstuk 2. Als eerste coördinaat hebben we het tijdstip midden in het uur genomen en als tweede coördinaat de gemiddelde produktiviteit gedurende dat uur. Hier zochten we een kwadratische functie bij. Mathematica doet dit door de som van de kwadraten van de verschillen tussen de functie en de ingevoerde coördinaten te minimaliseren. Het volgende wordt dus geminimaliseerd:

$$\sum_{i=1}^4 (p(t_i) - y_i)^2$$

Hierin is y_i de tweede coördinaat van de ingevoerde coördinatenparen. De gevonden kwadratische functie is:

$$p(t) = 344,05 + 54,15 * t - 4,25 * t^2 \quad (2)$$

De totale produktie per werknemer is de oppervlakte onder de grafiek van deze functie. Voor geval 1 wordt deze oppervlakte:

$$Produktie(a) = \int_{8,5}^a p(t)dt + \int_{a-3,5}^{13} p(t)dt \quad (3)$$

Dit uitgewerkt levert formule 1.

De eerste integraal stelt de produktie voor de pauze voor, de tweede integraal de produktie na de pauze. De bovengrenzen van de tweede integraal zijn berekend door uit te gaan van een achturige werkdag.

6.2 Het beste tijdstip om de pauze te beginnen

We tonen een relatie aan tussen werkduur en pauzeduur voor een optimaal^o schema. Hiertoe variëren we nu ook de factor waarmee de regel toegepast moet worden. Stel: de pauzeduur is p en de factor (zie paragraaf 3.1) is b .

$$Produktie(a) = \int_{8,5}^a p(t)dt + \int_{a-b*p}^{16,5-b*p} p(t)dt \quad (4)$$

Als deze integralen geheel zijn uitgewerkt, is de produktie een tweedegraads functie van a . Als je deze differentiëert naar a , kun je de maximale produktie bepalen, door de verkregen functie gelijk te stellen aan 0. Als je rekening houdt met het domein, kom je tot de conclusie dat a gelijk is aan $8,5 + b*p$.

6.3 limiet

Als de pauzeduur naar 0 nadert, wordt de produktiviteitskromme tot 13:00 uur een rechte lijn op hoogte $p(8,5) = 497,3$. Tot 13:00 uur is er dan 3,5 uur gewerkt. De produktie tot 13:00 uur is dus $p(8,5) \cdot 3,5 = 1740,4$. Het oppervlak onder het overgebleven gedeelte van de grafiek wordt gegeven door:

$$\int_{3,5}^{13} p(t) dt \quad (5)$$

Uit deze integraal komt 1925,3. De totale produktie is dan $1925,3 + 1740,4 = 3665,7$. Vergeleken met de huidige produktie is dit een verbetering van 6,8%.

produktiviteitskromme

